2020年度神戸大学大学院工学研究科博士課程前期課程入学試験

電磁気学

以下の問について，それぞれ指定された答案用紙に解答しなさい．

問題1

半径 a(m) の金属の円柱がある．この円柱を半径 b(m) の同軸の接地した導体円筒で囲み，同軸コンデンサを構成する．内半径 a(m) と外半径 b(m) で挟まれた空間とコンデンサ外部は誘電率 ε_0 の真空である．同軸コンデンサの長さは L(m) である．ただし，有限の長さによる同軸コンデンサ両端の影響は無視する．また，円柱の中心軸からの距離を ρ(m) とする．まず電池を使って，外半径 b(m)の電極を基準にして内半径 a(m) の電極に電位差 V_0(V) を印加し，その後，電池を取り外す．このとき，以下の問いに答えなさい．

（1） 同軸コンデンサの静電容量を求めなさい．導く過程も詳しく示しなさい．
（2） 電極に現れる自由電荷を求めなさい．
（3） $a \leq \rho < b$ における電界を求めなさい．
（4） $b \leq \rho$ における電界を求めなさい．
（5） 同軸コンデンサに蓄えられる静電界のエネルギーを求めなさい．

上記の電池を外した状態の同軸コンデンサで，内半径 a(m) と外半径 b(m) で挟まれた空間に比誘電率 ε_r の誘電体を満たす．このとき，以下の問いに答えなさい．

（6） 誘電体内の分極を求めなさい．
（7） 内半径 a(m) の電極と外半径 b(m)の電極の間の電位差を求めなさい．

電磁気学

問題２

真空中に無限に広く十分に薄い板状の導体 A, B がある．これらの導体は xy 平面に平行で，導体 A は $z=0$, 導体 B は $z=d\,(>0)$ 上にある．導体 A, B にはそれぞれ x 軸方向の単位長さあたりの面電流密度が $K\,\mathbf{e}_y$, $-K\,\mathbf{e}_y$ $(K>0)$で電流が流れており，それぞれの電流によって生じる磁界を $\mathbf{H}_A$, $\mathbf{H}_B$ とする．また，$\mathbf{H}=\mathbf{H}_A+\mathbf{H}_B$, x, y, z 方向の単位ベクトルをそれぞれ $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ とする．

（１）$z=0$ 以外での磁界 $\mathbf{H}_A$ をアンペアの周回積分の法則を使って求めなさい．

（２）（１）の答えを使って，$z>d$ での磁界 $\mathbf{H}$ を求めなさい．

（３）（１）の答えを使って，$0<z<d$ での磁界 $\mathbf{H}$ を求めなさい．

（４）電荷 $Q=5\,\mathrm{nC}$ の粒子が，導体 A と導体 B の間 $(0<z<d)$ を，ある瞬間，速度 $\boldsymbol{v}=(2\,\mathbf{e}_x+3\,\mathbf{e}_y+4\,\mathbf{e}_z)\times10^4\,\mathrm{m/s}$ で移動していた．$K=(1/\pi)\,\mathrm{A/m}$ のとき，この瞬間，この粒子に加わる力を $\mathbf{F}$ とする．$\mathbf{F}$ とその大きさ$|\mathbf{F}|$を求めなさい．なお，真空中の透磁率は $4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H/m}$ である．

問題３

真空中を伝搬する一様な平面電磁波について考える．この電磁波の磁界を $\mathbf{H}=H_0\sin(\omega t-kx)\,\mathbf{e}_y$ とする．ここで，ω は角周波数，k は正の定数である．真空中の誘電率を ε_0, 透磁率を μ_0, x, y, z 方向の単位ベクトルをそれぞれ $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ とする．なお，静電界は 0 とする．

（１）Maxwell の方程式のうち，アンペアの法則に関係する式を示しなさい．

（２）Maxwell の方程式のうち，ファラデーの法則に関係する式を示しなさい．

（３）（１）の式を使って，電界 $\mathbf{E}$ を求めなさい．

（４）（２）の式に，磁界 $\mathbf{H}$ と（３）で求めた電界 $\mathbf{E}$ を代入し，ω, k, ε_0, μ_0 の間の関係式を導きなさい．