

情報理論

以下の問いについて、それぞれ指定された答案用紙に解答しなさい。なお、情報量の単位は bit とし、 $\log_2 3=1.58$, $\log_2 5=2.32$, $\log_2 7=2.81$ である。

問題 1. チーム A とチーム B が 7 回戦制（最大 7 回の試合で先に 4 回勝ったチームが勝者）を行う。A と B の試合の結果を表す確率変数を X とする。 X は例えば AAAA, BABABAB, BBBAAAA などの値を取り得る。試合数を Y とし、その範囲は 4 から 7 である。A と B の戦力は同じで、各試合は独立していると仮定する。このとき、 $H(X)$, $H(Y)$, $H(Y|X)$, および $H(X|Y)$ をそれぞれ求めよ。

問題 2. $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{12})$ の生起確率で 4 種類の値を出力する確率変数 X に関する以下の問いに答えよ。

- (1) この確率変数 X に対する 2 元ハフマン符号を構成せよ。
- (2) 4 つの符号語の長さがそれぞれ (1, 2, 3, 3) と (2, 2, 2, 2) となる二つの符号が両方とも最適であることを示せ。

問題 3. 次の生成行列で定義される 2 元(5,3)線形符号 C に関する以下の問いに答えよ。

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (1) この符号 C のパリティ検査行列 H を求めよ。
- (2) 受信語 $r = (01111)$ を受け取ったとする。シンδροームを計算して正しい送信語を求めよ。
- (3) この符号 C の最小距離を示せ。