

情報理論

以下の問いについて、それぞれ指定された答案用紙に解答しなさい。なお、情報量の単位は bit とする。

問題 1. 偏りのある二枚のコイン X , Y を投げるとき、それぞれ以下の生起確率であるとする。

$$p(X = \text{表}) = x, \quad p(X = \text{裏}) = 1 - x, \quad p(Y = \text{表}) = \frac{1}{4}, \quad p(Y = \text{裏}) = \frac{3}{4}$$

最初にコイン X を投げる。表が出たら次にコイン X を投げ、裏が出たらコイン Y を投げる。同様に、コイン Y を投げたとき、表が出たら次にコイン Y を投げ、裏が出たらコイン X を投げる。とし、これを繰り返す。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) この過程の状態遷移図を書きなさい。
- (2) 第 i 回目のコインが表になる確率を $p_i(\text{表})$ としたとき、 $p_i(\text{表}) = p_{i-1}(\text{表})$ となるための x を求めなさい。

問題 2. 確率 p_b でランダムにビット誤りが発生する通信路において、 n ビットのうち t ビットの誤りを訂正できる二元 (n, k) 線形符号を用いた通信に関する以下の問いに答えなさい。なお、 n 個から i 個を選ぶ組み合わせ数は ${}_nC_i$ を用いなさい。

- (1) 通信路から出力された受信語に j ビットの誤りが発生する確率 P_j を求めなさい。
- (2) 受信語を復号した後のビット誤り率 p_a を求めなさい。ただし、誤り訂正に失敗した場合は、 t ビットの誤りが増加すると仮定せよ。

問題 3. 下記の図のように 2 行 2 列に並べた情報ビット $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ から符号語 $w = (x_1, x_2, x_3, x_4, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5)$ を生成する (2×2) 水平垂直パリティ検査符号 C に関する以下の問いに答えなさい。

x_1	x_2	c_1
x_3	x_4	c_2
c_3	c_4	c_5

- (1) C のパリティ検査方程式を示しなさい。
- (2) 受信語を $r = (r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9)$ としたときの r のシンδροームを求める式を示しなさい。
- (3) 受信語が $(1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$ のとき、誤りがあれば訂正しなさい。ただし、誤りは高々 1 か所だけとする。