

電磁気学

問題 1. 図 1 のように, 誘電体 (誘電率: ϵ) の表面から距離 a の真空中 (誘電率: ϵ_0) に正の点電荷 q が置かれている. 誘電体表面は yz 平面 ($x = 0$) にあり, 真空中に向かう方向を x の正方向とする. 以下の問いについて, それぞれ指定された答案用紙に解答しなさい. 必要であれば解答に必要な物理量を各自で定義しなさい.

- 1) 電気力線のおよその形を描きなさい.
- 2) 図 1 の真空部分 ($x > 0$) の電界は, 図 2 のように誘電体を取り除いて全空間が真空であるとして $x = a$ に点電荷 q , $x = -a$ に点電荷 q' を配置したときの電界と等しい. 真空部分 ($x > 0$) の電位を $V_1(x, y, z)$ とし, $V_1(x, y, z)$ と点電荷 q , q' の関係を求めなさい.
- 3) 図 1 の誘電体中 ($x \leq 0$) の電界は, 図 3 のように全空間が誘電体で満たされているとして $x = a$ に点電荷 q'' を配置したときの電界と等しい. 誘電体中 ($x \leq 0$) の電位を $V_2(x, y, z)$ とし, $V_2(x, y, z)$ と点電荷 q'' の関係を求めなさい.
- 4) 誘電体表面 ($x = 0$) において, V_1 と V_2 が満たすべき境界条件を示しなさい.
- 5) 境界条件より q' と q の関係を求めなさい.
- 6) 図 1 において, 点電荷 q に作用する力を求めなさい.

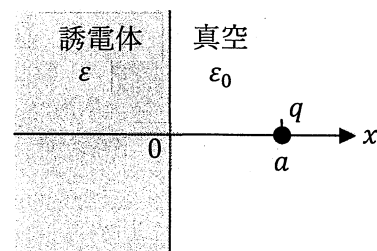


図 1

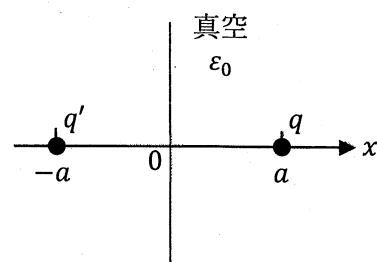


図 2

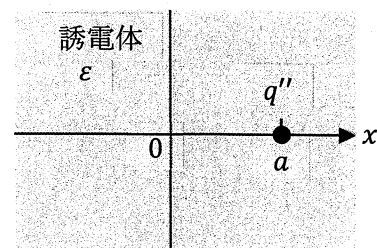


図 3

次に, 図 1 の誘電体を完全導体 (電気抵抗ゼロ) に置き換える.

- 7) 点電荷 q に作用する力を求めなさい.
- 8) $x \leq 0$ の領域が誘電体の場合と完全導体の場合で, 点電荷 q に作用する力はどちらが大きいのか. 理由も述べなさい.

問題 2. 図 4 のように, z 軸上に内部導体の半径 a , 外部導体の内半径 b , 外半径 c の同軸ケーブルがあり, 内部導体には一様に分布した電流 I が $+z$ 方向に, 外部導体には一様に分布した電流 I が $-z$ 方向に流れている. 内部導体と外部導体の間は透磁率 μ の物質で満たされており, 外部導体の外側は真空である. 以下の問いについて, それぞれ指定された答案用紙に解答しなさい. 必要であれば解答に必要な物理量を各自で定義しなさい. 尚, 円筒座標系の動径距離を ρ , 方位角を ϕ , 軸座標 (高さ) を z とする.

- 1) 内部導体の内部の磁界 $\mathbf{H}$ の大きさと向きを求めなさい.
- 2) 内部導体と外部導体の間の領域の磁界 $\mathbf{H}$ の大きさと向きを求めなさい.
- 3) $b = 3a$, $c = 4a$ の場合について, 磁界強度と中心からの距離の関係を $0 \leq \rho \leq 5a$ の範囲で図示しなさい.
- 4) 内部導体と外部導体の間の領域の同軸ケーブルの長さ d あたりの磁束 Φ を求めなさい.

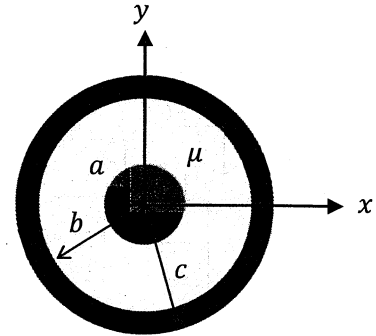


図 4 同軸ケーブルの断面図. 同軸ケーブルの中心軸は z 軸上にある.

- 5) 同軸ケーブルの単位長さあたりの自己インダクタンス L を求めなさい. 但し, 導体内部のインダクタンスは無視する.
- 6) 磁束密度 $\mathbf{B}$ とベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ の関係式から, 内部導体と外部導体の間の領域のベクトルポテンシャルを求めなさい. 但し, $\rho = b$ をベクトルポテンシャルのゼロ基準とする. 尚, 円筒座標系のベクトルの回転の式は以下の通りである.

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{a}_\rho + \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) \mathbf{a}_\phi + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right) \mathbf{a}_z$$

次に, 内部導体の内部インダクタンス L_i を求める.

- 7) 内部導体の透磁率を μ_i とし, 内部導体内の半径 ρ の位置の単位体積あたりの磁気エネルギー $w = \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}$ を求めなさい.
- 8) 長さ d の内部導体に蓄えられる磁気エネルギー W を求め, $W = \frac{1}{2} L_i I^2$ の関係から内部インダクタンス L_i を求めなさい.