

情報通信工学

問題 1. 二つの確率変数 X と Y の間で定義される以下の二つの量

$$I(X; Y) = \sum_{x \in X, y \in Y} P(x, y) \log \frac{P(x, y)}{P(x)P(y)} \quad (a)$$

$$D(P||Q) = \sum_{x \in X} P(x) \log \frac{P(x)}{Q(x)} \quad (b)$$

に関する次の説明(1)と(2)において、空欄 (A) ～ (D) に適切な数式や言葉を埋めなさい。ここで、 $P(x, y)$ は X が x 、 Y が y である同時確率、 $P(x)$ 、 $Q(x)$ は X が x である周辺確率、 $P(x|y)$ は条件付き確率である。

(1) 式(a)と式(b)の二つの量は以下のような関係がある。

$$\begin{aligned} I(X; Y) &= \sum_{x \in X, y \in Y} P(x, y) \log \frac{P(x, y)}{P(x)P(y)} = \sum_{x \in X, y \in Y} P(x, y) \log \frac{P(x|y)}{P(x)} \\ &= \sum_{x \in X, y \in Y} P(y) \boxed{\text{(A)}} = \boxed{\text{(B)}} D(P(x|y)||P(x)) \end{aligned}$$

(2) $D(P||Q) \geq 0$ が成り立つとき、 $I(X; Y) \geq 0$ となる。 $I(X; Y) = 0$ となるのは、

$$P(x|y) = \boxed{\text{(C)}} \text{ for all } x, y$$

のときである。この条件は、 X と Y が $\boxed{\text{(D)}}$ のときである。

問題 2. パリティ検査行列

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

によって定義される二元線形符号に関する以下の問いに答えなさい。

- (1) この符号の最小距離 d を答えなさい。
- (2) この符号の生成行列 G を一つ求めなさい。
- (3) 通信路で一つのビットが消失し、受信語 $y = (1 \ 0 \ 1 \ 0 \ x \ 0)$ を受け取ったとする。正しい送信語を求めなさい。

問題 3. アナログ変調に関する以下の文章を読んで、(1)～(5)に適切な言葉を埋めなさい。

周波数変調 (Frequency Modulation, FM) は、信号の情報を _____ (1) _____ の周波数に変化を加えることで伝達する変調方式である。FM は、音声や音楽のようなアナログ信号の無線通信に広く用いられている。

振幅変調 (Amplitude Modulation) では信号の振幅が変化するため、外部の _____ (2) _____ や干渉の影響を受けやすい。しかし、FM では周波数が変化するため、_____ (2) _____ の影響を受けにくい。このため、FM ラジオ放送は高い _____ (3) _____ の音声を提供できる。

FM の基本的な式は次の通りである。_____ (1) _____ の周波数 f_c に対して、入力信号 $m(t)$ が与えられたとき、変調された信号 $s(t)$ は次の式で表される。

$$s(t) = A \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi \Delta f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right)$$

ここで、 A は _____ (1) _____ の振幅、 Δf は最大周波数偏移を表す。入力信号 $m(t)$ が変化すると、搬送波の瞬時周波数も変化し、これによって情報が伝達される。変調信号の周波数を f_m としたとき、

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$$

は _____ (4) _____ と呼ぶ。_____ (4) _____ が大きいほど、信号の周波数偏移が大きくなり、これにより _____ (5) _____ が広がる。