電磁気学

以下の問いについて，それぞれ指定された答案用紙に解答しなさい．尚，物理量の単位には SI 単位系を使用する．また，真空中の誘電率を ε_0，透磁率を μ_0 とする．

問題 1　以下は Maxwell の方程式と電界および電束密度の境界条件について記されている．[ア]から[ホ]に適切な語句，式，数値，単位もしくはアからホの記号を入れなさい．尚，電界を $\mathbf{E}$，電束密度を $\mathbf{D}$，磁界を $\mathbf{H}$，磁束密度を $\mathbf{B}$，電荷密度を ρ，電流密度を $\mathbf{J}$ とする．また，単位を答える場合は単位を表す記号で答えること．

Maxwell の方程式は 4 つの方程式からなり，電束密度の発散について [ア]，磁束密度の発散について [イ]，電界の回転について [ウ]，磁界の回転について [エ] のように表される．また，真空中では電界と電束密度の間に [オ]，磁界と磁束密度の間に [カ] の関係がある．ここで述べた物理量の単位は，電束密度が [キ]，磁束密度が [ク]，電界が [ケ]，磁界が [コ]，電荷密度が [サ]，電流密度が [シ]，誘電率が [ス]，透磁率が [セ] である．

静電界では電界は [ソ] の勾配と関係しており，ソの物理量を Φ で表すと，電界とソの間に [タ] の関係がある．ア，オ，タからソについての [チ] の方程式を導くことができる．尚，ソの単位は [ツ] である．また，磁束密度については，Maxwell の方程式のイから，[テ] が定義でき，テの物理量を $\mathbf{A}$ で表すと，磁束密度とテの間に [ト] の関係がある．尚，テの単位は [ナ] である．

次に静電界での電界と電束密度の境界条件ついて考える．領域 1 ($z>0$) の誘電率を ε_1，領域 2 ($z<0$) の誘電率を ε_2 とする．また，$z=0$ 平面上に面電荷密度 σ で電荷があるとする．このとき，境界 $z=0$ では，Maxwell の方程式の [ニ] から，[ヌ] の z 成分の境界条件が，また，Maxwell の方程式の [ネ] から [ノ] の xy 平面内の成分についての境界条件が，誘電率を含まない形で得られる．

ここで，領域 1 での電界を $\mathbf{E}_1 = E_{1x}\,\mathbf{e}_x + E_{1z}\,\mathbf{e}_z$ ($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z$ はそれぞれ x 方向，z 方向の単位ベクトル) とする．領域 1 の電束密度は E_{1x} と E_{1z} を使って [ハ] と表すことができる．また，境界条件から，E_{1x} と E_{1z} を使って，領域 2 の電界 $\mathbf{E}_2$ は [ヒ]，電束密度は [フ] と表すことができる．例えば $\mathbf{E}_1 = (12\,\mathbf{e}_x + 10\,\mathbf{e}_z)$ (単位：ケ)，$\varepsilon_1 = 2\varepsilon_0$，$\varepsilon_2 = 4\varepsilon_0$，$\sigma = 0$ の場合，$\mathbf{E}_2$ は [ヘ] (単位：ケ)で，その大きさ $|\mathbf{E}_2|$ は [ホ] (単位：ケ)である．

問題 2　下の磁界についての問い 1) から 3) に答えなさい．問いの導体はすべて真空中に置かれているとする．尚，図中の O は原点で，直交座標系(x, y, z)の単位ベクトルを $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$ とし，答えが磁界の場合には向きが分かるようにベクトルとして答えること．また，必要があれば下の積分公式を使っても良い．

$$\int \frac{1}{x^2+d^2}dx = \frac{1}{d}\tan^{-1}\frac{x}{d} + C \qquad (C\text{: 積分定数})$$

1) 図 2-1 のように x 軸に平行で $(x, y, z) = (0, a, 0)$ $(a > 0)$を通る，太さを無視できる x 方向に無限に長い直線状の導体 A がある．この導体に x の正の方向に向かって電流 $I\,(> 0)$が流れている．

a) この電流によって生じる $y = 0$ 平面上の点 $\mathrm{P}(x, 0, z)$での磁界 $\mathbf{H}_\mathrm{P}$ を求めなさい．

b) この電流によって生じる $z = 0$ 平面上の点 $\mathrm{Q}(x, y, 0)$ $(y \neq a)$での磁界 $\mathbf{H}_\mathrm{Q}$ を求めなさい．

c) 磁界 $\mathbf{H}_\mathrm{Q}$について横軸をy，縦軸を $(\mathbf{H}_\mathrm{Q}\cdot\mathbf{e}_z)$ ($\cdot$ は内積)とし $-a \leq y \leq 2a$ の範囲で図示しなさい．図示した曲線と縦軸との交点が分かるように，縦軸上での $(\mathbf{H}_\mathrm{Q}\cdot\mathbf{e}_z)$ の式を記すこと．

2) 図 2-2 のように導体 A に加え，$y = 0$ 平面上，長辺 $2a$, 短辺 a の長方形の辺に沿って太さの無視できる導体 B がある．導体 A と導体 B との間の相互インダクタンスを求めなさい．

3) 図 2-3 のように $z = 0$ 平面上の $0 \leq y \leq b$ $(b > 0)$ の範囲に厚さを無視でき，x 方向に無限に長い平面状の導体 C がある．この導体に x の正の方向に向かって面電流密度 K で電流が流れている．この電流によって生じる z 軸上の点 $\mathrm{R}(0, 0, z)$ $(z \neq 0)$での磁界 $\mathbf{H}_\mathrm{R}$ を求めなさい．

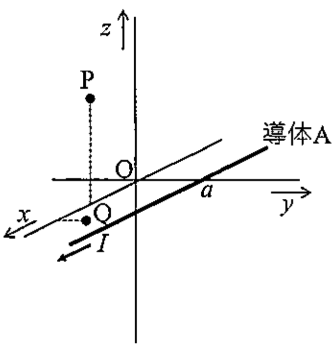

図 2-1

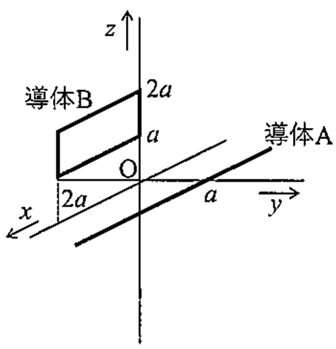

図 2-2

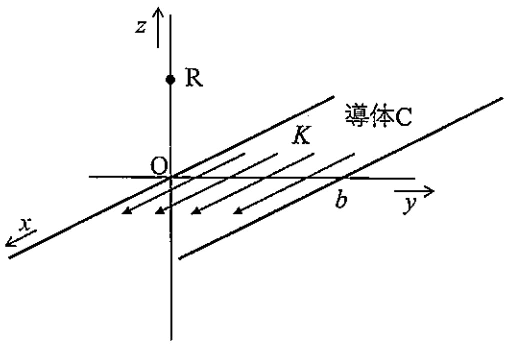

図 2-3