2026年度 神戸大学大学院工学研究科
博士課程前期課程 入学試験問題
（数学：電気電子工学専攻）

注意事項

(1) 問題１～問題３は問題用紙の表面に，問題４は問題用紙の裏面にあります．

(2) 問題番号と同じ番号の解答用紙を使って解答してください．例えば問題１は，左上端に１と印刷されている解答用紙に答えを書いてください．解答用紙の番号と異なる問題を解答した場合，採点の対象となりません．

(3) 解答欄が不足した場合は，裏面に書いてよろしい．ただし，表と上下を逆にしてください．

(4) 受験番号と科目名の裏の部分には，何も書いてはいけません．

1. つぎの各問いに答えよ.

(1) 曲面 $x^2+y^2+z^2=1$ 上の点 (a,b,c) における接平面 $T_{(a,b,c)}$ を考える. ただし, a,b,c は正の実定数とする.

(1-a) 接平面 $T_{(a,b,c)}$ の方程式を求めよ.

(1-b) 接平面 $T_{(a,b,c)}$ と平面 $x=0$, 平面 $y=0$, 平面 $z=0$ で囲まれた立体の体積 V を求めよ. また, a,b,c を正の実数の範囲で動かしたときの V の最小値と, その最小値を与える a, b, c の値を求めよ.

(2) $-\pi<\theta<\pi$ を満たす実定数 θ に対し $A=\begin{pmatrix} 0 & \tan\dfrac{\theta}{2} \\ -\tan\dfrac{\theta}{2} & 0 \end{pmatrix}$ とし, I を 2 次の単位行列とする. このとき, 行列 $(I-A)(I+A)^{-1}$ を $\sin\theta, \cos\theta$ のみを用いて表わせ.

2. 複素関数 $f(z)=\dfrac{e^{iz}}{z-i}$ を考える. $R>1$ とし, 複素平面上の R から iR に至る線分を C_1, iR から $-R$ に至る線分を C_2, $-R$ から R に至る線分を C_3 とし, $C=C_1\cup C_2\cup C_3$ とする.

(1) 複素積分 $\displaystyle\int_C f(z)dz$ の値を求めよ.

(2) z が C_1 上にあるとき $|z-i|\geq\dfrac{R-1}{\sqrt{2}}$ となることを示せ.

(3) (2) の結果を用いて, $\displaystyle\lim_{R\to\infty}\int_{C_1} f(z)dz=0$ となることを示せ.

(4) (1) と (3) の結果を用いて, 積分 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos x+x\sin x}{x^2+1}dx$ の値を求めよ. ただし, $\displaystyle\lim_{R\to\infty}\int_{C_2} f(z)dz=0$ を用いてよい.

3. $y=y(x)$, $x\geq 0$ に関する次の微分方程式

$$y'=(4x-y+2)^2 \tag{$*$}$$

を考える.

(1) α,β を実定数とする. $y(x)=\alpha x+\beta$ が方程式 $(*)$ の解となるような α と β の組を全て求めよ.

(2) 変数変換 $u=4x-y+2$ により, u に関する微分方程式を導け.

(3) (2) で導出した微分方程式を解き, 条件 $y(0)=1$ を満たす方程式 $(*)$ の解 $y(x)$ を求めよ.

(裏面へ続く)

4. 関数 $f(t)$ のラプラス変換を $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$ とする.

(1) $\sin t$ のラプラス変換を求めよ.

(2) $g(t) = \int_0^t f(x)dx$ のラプラス変換を $G(s)$ と表わす. $F(s)$ と s を用いて $G(s)$ を表わせ. ただし, s はラプラス変換 $F(s)$ および $G(s)$ が存在するような複素数とする.

(3) 次の等式を満たす関数 $f(t)$ のラプラス変換を求めよ.

$$f(t) - 2\int_0^t f(x)dx + \int_0^t \left(\int_0^x f(y)dy\right) dx = t\sin t, \quad t \geq 0$$