平成２８年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程 入学試験問題
（数学：電気電子工学専攻）

注意事項

(1) 問題番号と同じ番号の解答用紙を使って解答してください．例えば問題1は，左上端に1と印刷されている解答用紙に答えを書いてください．解答用紙の番号と異なる問題を解答した場合，採点の対象となりません．

(2) 解答欄が不足した場合は，裏面に書いてよろしい．ただし，表と上下を逆にしてください．

(3) 受験番号と科目名の裏の部分には，何も書いてはいけません．

1. つぎの各問いに答えよ.

(1) $D = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y^2 \leq x \leq y,\ 0 < y \leq 1\right\}$ として, つぎの広義 2 重積分を計算せよ.

$$\iint_D \frac{2x}{(x^2+y)^2}\,dxdy$$

(2) つぎの連立 1 次方程式が非自明解 $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ を持つようなパラメータ t の値をすべて求めよ.

$$\begin{cases} tx + y + z = 0 \\ x + ty + z = 0 \\ x + y + tz = 0 \end{cases}$$

2. z_0 を複素定数, R を正の実定数とし, 定積分 $I = \displaystyle\int_0^{2\pi} e^{im\theta}(z_0 + Re^{i\theta})^n\,d\theta$ を考える. ここで, m, n は非負の整数とする.

(1) $z = z_0 + Re^{i\theta}$ とおき, 定積分 I を z に関する複素積分の形で表わせ.

(2) (1) の複素積分の計算を行うことにより, 定積分 I の値を求めよ.

3. つぎの条件を満たす関数 $y(x)$, $-\infty < x < \infty$ を考える.

$$\frac{d^3y}{dx^3} + 2\frac{dy}{dx} - 2xy = 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} y(x)\,dx = \sqrt{2\pi}$$

(1) $y(x)$ のフーリエ変換 $\hat{y}(t) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} y(x)e^{-itx}\,dx$, $-\infty < t < \infty$ が満たす微分方程式と初期値 $\hat{y}(0)$ を求めよ.

(2) (1) の結果を利用して $\hat{y}(t)$ を求めよ. さらに, $y(x)$ を

$$y(x) = \int_0^{\infty} f(x,t)\,dt$$

の形で表わしたときの実数値関数 $f(x,t)$ を求めよ.

4. $x(t)$, $y(t)$, $t \geq 0$ に関する微分方程式系

$$(*)\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -y - x, & x(0) = 0 \\ \dfrac{dy}{dt} = x - t^2, & y(0) = 0 \end{cases}$$

を考える.

(1) $(*)$ の第 1 式の両辺を微分することによって, $(*)$ を $x(t)$, $t \geq 0$ が満たす 2 階線形微分方程式の初期値問題として書き表わせ.

(2) (1) の結果を利用して, $(*)$ の解 $x(t)$, $y(t)$ を求めよ.